UKE 35

Telling

Gitt en endelig mengde A med #A elementer og endelig mengde B med #B elementer.

Det fins da

$\#B^{\#A}$

Funksjoner fra A til B. Hvorfor? Jo – la $a \in A$ være gitt. Da kan f(a) være et hvilket som helst element fra B – dvs det er #B mulighter. Dette gjelder for et hvilket som helst av de #A elementene fra A. Til sammen har vi antall funksjoner $\#B^{\#A}$

Dette kan vi bruke i mange sammenhenger. Om A har 5 elementer og B 3 elementer, så får vi $3^5 = 243$ funksjoner fra A til B.

En delmengde av A kan sees som en funksjon fra A til BOOL = {0,1}. BOOL er en mengde med 2 elementer. Vi får at det er $2^{\#A}$ delmengder av A.

Uendelige mengder

En tellbar mengde er en som kan telles opp – om den har overhodet noen elementer så kan vi liste dem opp : 1.element, 2.element, 3.element, osv osv.

Alle endelige mengder er tellbare. Men vi kan også ha uendelige, tellbare mengder. Noen eksempler

- De naturlige tall **N = {0,1,2,3,4,…..}**
- Alle tekster skrevet med norsk alfabet
- Alle programmer skrevet i Java

Georg Cantor viste i 1873 at mengden av reelle tall (desimaltallene) er ikke tellbar

Utsagnslogikk

Et utsagn er en funksjon over BOOL = {0,1}. Vi tenker gjerne på elementet 0 i BOOL som "usann" og elementet 1 som "sann". Vi har 0-ære, unære, binære og mer generelt n-ære funksjoner over BOOL. Det fins

- 2 0-ære funksjoner – konstanten 0 og konstanten 1
- 4 unære funksjoner – den som gir konstant 0, den som gir konstant 1, identiteten og negasjon
- 16 binære funksjoner
- 256 3-ære funksjoner
- osv
- osv

Fra disse plukker vi ut noen som spesielt viktige – og kaller dem konnektiver

- Konstantene 0 og 1
- Negasjon
- Konjunksjon, disjunksjon, kondisjonal

Sannhetstabeller er både en måte å anskueliggjøre slike sannhetsfunksjoner – og å regne på sannhetsfunksjoner som er bygd opp ved konnektiver.

Vi bruker konnektiver ved oversettelse fra utsagn i naturlige språk til utsagnslogikk. Vi oversetter setninger som har sannhetsverdi og som er bygd opp ved konstruksjoner som minner om konnektivene. Vanlige oversettelser

- Negasjon – "ikke"
- Konjunksjon – "og"
- Disjunksjon – "eller"
- Kondisjonal – "hvis-så-"

Som ved alle oversettelser – og spesielt oversettelse fra et vagt språk til et presist språk – er det problemer. La oss nevne noen

- Ved "og" er det ofte underforstått en tidsrekkefølge "han tok av seg skiene og gikk inn i hytta" vs "han gikk inn i hytta og tok av seg skiene"
- Ved "eller" er det ofte underforstått at det er enten det ene eller det andre men ikke begge dele, og en vet hvilken som er sann.
- Ved "hvis-så-" er det ofte underforstått en kausal sammenheng.

Vi kan ofte se bort fra slike underforståtte forutsetninger – eller prøve å uttrykke dem på en mer eksplisitt måte.

Lær å regne med sannhetstabeller.